УДК 65.012.122 DOI 10.21685/2307-4205-2020-3-1

О. В. Абрамов

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ И ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЛУАТАЦИИ СИСТЕМ ОТВЕТСТВЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ

O. V. Abramov

STATE PREDICTION AND CONDITION-BASED MAINTENANCE OF COMPLEX ENGINEERING SYSTEMS UNDER HEAVY-DUTY SERVICE

Аннотация. Рассматривается задача индивидуального прогнозирования состояния и планирования эксплуатации (технического обслуживания по фактическому состоянию) сложных систем ответственного назначения. Предложены методы и алгоритмы ее решения в условиях дефицита исходной информации о статистических свойствах результатов контроля.

Ключевые слова: параметр, работоспособность, техническая система, надежность, параметрический отказ, прогнозирование, техническое обслуживание.

Abstract. A problem of predicting individually the state and condition-based maintenance of complex engineering systems is considered. An approach for solving this problem is based on the construction of the special minimax and robust algorithms, which can be used in the case when inspection data are incomplete and insufficient.

Keywords: parameter, working capacity, complex engineering system, reliability, parametrical refusal, state prediction, maintenance.

Введение

Поддержание устройств и систем, предназначенных для длительной эксплуатации, в работоспособном состоянии осуществляется путем их технического обслуживания. Под техническим обслуживанием понимают все мероприятия, направленные на сохранение и восстановление работоспособности системы. Техническое обслуживание может осуществляться на основе одной из трех стратегий:

1) техническое обслуживание, определяемое отказами или поломками (Break Down Maintenance);

2) обслуживание через определенные интервалы времени (Time Based Maintenance);

3) обслуживание по фактическому состоянию (Condition Based Maintenance).

Стратегия планирования эксплуатации технических систем в зависимости от их фактического состояния привлекает в последнее время все большее внимание специалистов. Такую стратегию называют еще индивидуальной, поскольку она ориентирована на реальное состояние и учитывает особенности данной конкретной системы, а не опыт эксплуатации аналогичных систем и статистические данные, для корректного использования которых необходима статистическая однородность и существенный объем используемой информации.

Эффект от перехода к индивидуальному принципу назначения моментов технического обслуживания определяется главным образом следующими факторами:

а) возможностью в наибольшей степени использовать ресурс каждого отдельного объекта, что достигается уменьшением числа преждевременных вмешательств в его работу;

б) возможностью предотвращения отказов, что обеспечивается своевременным проведением профилактических (предупредительных) мероприятий.

Индивидуальное планирование эксплуатации возможно при условии получения текущей информации о действительном состоянии каждого объекта, т.е. реализация индивидуальной стратегии эксплуатации требует непрерывного или дискретного контроля и анализа состояния объекта. Предполагается, что реальное техническое состояние объекта можно оценить по результатам контроля (измерения) его параметров, а прогнозирование их изменений позволяет эксплуатировать объект до появления признаков опасного снижения надежности, исключив при этом преждевременные демонтажи узлов и агрегатов, а также выполнение других трудоемких работ, имеющих зачастую сомнительную полезность для надежности функционирования.

Прогнозирование состояния и надежности играет важную роль при индивидуальном планировании эксплуатации. Умение предсказать возможный момент отказа особенно важно для объектов ответственного назначения, потеря работоспособности которых связана с большими материальными потерями или катастрофическими последствиями. Предотвращение отказов является для таких объектов первостепенной задачей [1].

Основные трудности при решении задачи прогнозирования для синтеза стратегии эксплуатации по состоянию связаны с тем, что прогноз приходится осуществлять для каждого объекта индивидуально, при малых объемах исходной информации (по небольшому набору результатов контроля) и в присутствии помех (ошибок контроля), статистические свойства которых достоверно не известны. В этих условиях классические методы математической статистики и теории случайных процессов теряют свои привлекательные свойства, а их использование для прогнозирования приводит к существенным ошибкам и невысокой достоверности прогноза.

Ниже будут рассмотрены некоторые подходы к решению задачи индивидуального прогнозирования и планирования эксплуатации при дефиците и неполной достоверности исходной информации, позволяющие получать в этих условиях достаточно надежные результаты.

Общая постановка задачи индивидуального прогнозирования

В общем виде задача индивидуального прогнозирования сводится к оценке, наблюдаемой в присутствии ошибок на интервале $T_p \subset T$, где T – интервал эксплуатации, реализации случайного процесса дрейфа выходных координат объекта $\mathbf{y}(t)$ при $t \in T \setminus T_p$. Рассмотрим постановку такой задачи.

Пусть изменения состояния объекта на интервале эксплуатации могут быть описаны как

$$y(t) = \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{u}(t) + h(t), t \in T, \tag{1}$$

где $\mathbf{a} = \{a_j\}_{j=0}^n$ – набор случайных коэффициентов; $\mathbf{u} = \{u_j(t)\}_{j=0}^n$ – непрерывные детерминированные функции времени; $h(t)$ – ошибка модели, для которой выполняется

$$|h(t)| \le f(t), \tag{2}$$

где $f(t)$ – заданная функция. Представление (1) можно рассматривать как некоторое разложение $y(t)$ по координатному базису $\{u_j(t)\}_{j=0}^n$.

Реализация случайного процесса $y(t)$ наблюдается на интервале $T_p \subset T$ с аддитивной ошибкой $e(t)$. Наблюдения образуют последовательность $\mathbf{z} = \{z(t_k)\}_{k=1}^p, t_k \in T_p \subset T$. Вероятностные свойства $e(t)$ не определены, а известно только, что

$$\left|\mathbf{e}(t_k)\right| \le c(t_k), t_k \in T_p \subset T, \quad (3)$$

где $c(t)$ – заданная функция.

Модель (1), ограничения (2), (3) на помехи и измерения $\mathbf{z}$, $t_k \in T_p \subset T$ составляют совокупность исходных сведений для решения задачи индивидуального прогнозирования. Ограниченность и неопределенность этих сведений, в частности, отсутствие достоверных сведений о вероятностных характеристиках возмущающих факторов, затрудняет получение оценок $\mathbf{y}(t), t \in T \setminus T_p$ с использованием известных статистических методов, таких как методы наименьших квадратов, наименьших модулей и др. Более пригодным здесь может быть построение искомых оценок из расчета на «наихудший» случай, т.е. на основе принципа минимакса.

Рассмотрим некоторые алгоритмы поиска минимаксных оценок $\mathbf{y}(t), t \in T \setminus T_p$.

Алгоритм индивидуального гарантированного прогноза

Пусть в зависимости (1) модельные ошибки отсутствуют, т.е.

$$y(t) = \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{u}(t), t \in T. \quad (4)$$

Предположим, что возможен непрерывный контроль $y(t)$, в результате которого получена реализация $z(t)$ на интервале $T_p \subset T$. Тогда с учетом (3) можно записать

$$z(t) - c(t) \le y(t) \le z(t) + c(t), t \in T_p \subset T. \quad (5)$$

Из выражения (5) следует, что на интервале T_p истинная реализация $y(t)$ заключена в «трубке», ограниченной функциями $z(t) - c(t)$ и $z(t) + c(t)$. В этой трубке находится множество реализаций вида (1), которые назовем допустимыми. Для прогнозирования процесса $y(t)$ при $t \in T \setminus T_p$ выделим из этого множества «наихудшие», т.е. такие, которые при $t \in T \setminus T_p$ идут выше или ниже остальных [2].

Можно показать, что при наложении некоторых ограничений на функции $\mathbf{u} = \{u_j(t)\}_{j=0}^n$, в частности, если данные функции образуют на интервале T систему Чебышева, такими «наихудшими» реализациями будут экстремальные полиномы Карлина $y(t)^-$ и $y(t)^+$ [2]. Кривые $y(t)^-$ и $y(t)^+$ выделяют при $t \in T \setminus T_p$ так называемый «конус прогноза» в том смысле, что действительная реализация исследуемого процесса гарантированно находится внутри этого конуса при $t \in T \setminus T_p$.

Построим алгоритм нахождения экстремальных реализаций с учетом дискретности контроля. Можно показать, что в такой ситуации поиск $y(t)^-$ и $y(t)^+$ сводится к решению двух задач линейного программирования [2]:

$$1) \max \mathbf{a}^T \mathbf{u}(t^*),$$
$$2) \min \mathbf{a}^T \mathbf{u}(t^*), t^* \in T \setminus T_p,$$

при ограничениях $z(t_k) - c(t_k) \le \mathbf{a}^T \mathbf{u}(t_k) \le z(t_k) + c(t_k), k = \overline{1, p}.$

Рассматриваемый алгоритм прогнозирования отвечает общим требованиям, предъявляемым на практике к любой прогнозирующей процедуре. Он обладает свойством оптимальности (в минимаксном смысле), однозначности и несмещенности. Кроме ошибок измерений, в данном алгоритме можно учитывать и другие погрешности, в том числе и модельные ошибки в зависимости (1). Их учет соответствует аддитивному введению ограничений (2) в ограничения (3) и не оказывает принципиального влияния на процедуру построения «конуса прогноза». Если же базовая модель $y(t)$ содержит структурные ошибки, то для повышения точности прогноза можно использовать специальный алгоритм с адаптацией. Основная идея такого алгоритма аналогична принципам, заложенным в методах скользящего среднего или экспоненциального сглаживания и состоящим в задании различных весов результатам измерений [2].

Рассмотренный алгоритм связан с совместной обработкой исходных данных. В некоторых ситуациях предпочтительнее может быть обработка исходной информации в темпе ее поступления, т.е. рекуррентно.

Рекуррентный алгоритм индивидуального прогноза

Рекуррентный минимаксный алгоритм индивидуального прогнозирования можно построить как некоторый оптимальный фильтр. Такие фильтры известны в теории и практике управления. В частности, за базовый здесь можно взять минимаксный фильтр, предназначенный для идентификации объектов управления [3].

С учетом структуры данного фильтра построение на его основе алгоритма индивидуального прогнозирования состояния объекта требует представления модели прогнозируемого процесса в разностной форме и описания ограничений на величины модельных ошибок и ошибок контроля в виде некоторых эллипсоидов.

Приведение модели (1) к разностной форме несложно выполнить, рассматривая коэффициенты $\{a_j\}_{j=0}^{n}$ как параметры пространства состояния. При этом прогнозирование состояния технического объекта сводится к определению α по данным наблюдений $\{z(t_k)\}_{k=1}^{p}$, т.е. к решению задачи, исходным для которого является

$$\alpha_{j+1} = \Phi \mathbf{a}_t + \mathbf{h}_t^*,$$

$$\mathbf{Z}_t^* = H_t \cdot \mathbf{a}_t + \mathbf{e}_t^*, \tag{6}$$

где $\Phi = 1$ – единичная матрица, $\mathbf{h}_t^* = \{h_j^*\}_{j=0}^{n}$ – ошибки модели, $\mathbf{Z}_t^*$ – вектор наблюдений, $\mathbf{Z}_t^* = \{z(t_s)\}_{s=k}^{k+n+1}$, $k = \overline{1, p-n-1}, t_s \in T_p \subset T, n+1 \geq 2$; $\mathbf{e}_t^* = \{e(t_s)\}_{s=k}^{k+n+1}$, $k = \overline{1, p-n-1}$, $t_s \in T_p \subset T$, $n+1 \geq 2$, $\mathbf{e}_t^*$ – ошибки контроля; $H_t = \varphi_t^T \otimes \mathrm{I}$ ($\otimes$ – кронеккеровское произведение матриц), $\varphi_t^T = \{\varphi_j\}_{j=0}^{n}$, $t \in T_p \subset T$.

Ограничения на $\mathbf{h}_t^*$ и $\mathbf{e}_t^*$ в (4) должны быть заданы как

$$Q = \bigcup_{t \in T_p} \{G_t(B_t \cdot \mathbf{b}_t) \bigcap F_t(\Gamma_t, \Gamma_t)\} \leq r^2, \tag{7}$$

где $\mathbf{h}_t^*$, $\mathbf{e}_t^* \in \mathrm{Q}$, $\forall t \in T_p$; G_t и F_t – эллипсоиды с параметрами B_t, $\mathbf{b}_t$ и Γ_t, Γ_t соответственно; r – известная постоянная.

Переход от описаний (2), (3) к описанию (7) можно осуществить, построив с учетом (2) и (3) область вариаций значений для $\mathbf{h}_t^*$ и $\mathbf{e}_t^*$ как $Q^* = \bigcup_{t \in T_p} (G_t^* \bigcup F_t^*)$, где G_t^* и F_t^* – ортогональные параллелепипеды, и аппроксимировав G_t^* и F_t^* описанными эллипсоидами G_t и F_t. С точки зрения минимаксного подхода такая аппроксимация вполне допустима, так как она не приводит к снижению достоверности исходной информации.

Построение $G_t^* \ni \mathbf{h}_t^*$ несложно выполнить на основе решения задач линейного программирования вида

$$\{h_i\}_{i=0}^{n} \Rightarrow \max \text{ и } \{h_i\}_{i=0}^{n} \Rightarrow \min \tag{8}$$

при ограничениях

$$\mathbf{h}_t^* \mathbf{u}_t \leq f_t, t \in T_p \subset T.$$

Параллелепипед $F_t^* \ni \mathbf{e}_t^*$ определяет условие

$$\left| \{e(t_s)\}_{s=k}^{k+n+1} \right| \leq \{c(t_s)\}_{s=k}^{k+n+1}, k = \overline{1, p-n-1}.$$

Описание эллипсоидов G_t и F_t вокруг найденных параллелепипедов G_t^* и F_t^* можно осуществить, пользуясь следующим правилом [4].

Для параллелепипеда $\Pi(\mathbf{V},\mathbf{d}) = \{\mathbf{x} \in R^{n+1} : \mathbf{V}_i \le x_i \le \mathbf{d}_i, i = \overline{0,m}\}$ оптимальный (минимально описанный) по критерию g_α (α – параметр минимизации) эллипсоид $E(\boldsymbol{q}, L)$, где L – диагональная матрица $l_{ij}=l_i$, $i=j$, $i, j = \overline{0,n}$ определяют параметры

$$q = (\mathbf{V},\mathbf{d})/2, l_i = \beta_i^{-\frac{2}{1+\alpha}} \{\sum_{i=0}^{n} \beta_i^{\frac{2\alpha}{1+\alpha}}\}^{-1},$$
$$\beta_i = (\mathbf{d}_i - \mathbf{V}_i)/2, i = \overline{0,n}. \tag{9}$$

Для эллипсоида минимального объема, т.е. при $\alpha = 0$,

$$l_i = (n+1)^{-1} \cdot \beta_i, i = \overline{0,n}.$$

Использование соотношений (9) позволяет описать область возможных значений ошибок $\mathbf{h}_t^*$ и $\mathbf{e}_t^*$ в виде (7) и построить рекуррентный минимаксный фильтр для нахождения результата прогноза состояния технической системы как оценки коэффициентов $\{a_i\}_{i=0}^{n}$ (зависимость (1)). Такие оценки можно получить в виде линейной функции наблюдений $\{z(t_k)\}_{k=1}^{p}, t_k \in T_p \subset T$, т.е. как

$$\mathbf{a}^{мпТ} = W^*\mathbf{Z}^* + \mathbf{U}^*,$$

где W^* – весовая матрица оптимального фильтра; $\mathbf{U}^*$ – вектор настройки оптимального фильтра.

Поиск W^* и $\mathbf{U}^*$, определяющих структуру рассматриваемого алгоритма прогноза, составляет задачу

$$\gamma(W^*\mathbf{U}^*) = \arg \min_{V,\mathbf{U}} \sup_{\xi_t^*, \varepsilon_t^*} \left\| \mathbf{a}(\mathbf{h}_t^*, \mathbf{e}_t^*) - (W\mathbf{Z}^* + \mathbf{U}) \right\|. \tag{10}$$

Нахождение W^* и $\mathbf{U}^*$ обеспечивает оптимальность $\mathbf{a}^{мпТ}$, исходя из минимума максимально возможной ошибки оценивания $\gamma(W^*, \mathbf{U}^*)$, т.е. по минимаксному критерию.

Решением (10) являются рекуррентные соотношения, по форме аналогичные соотношениям, определяющим известный фильтр Калмана – Бьюси. Соответствующие аналогии можно обнаружить и при исследовании свойств получаемых оценок $\mathbf{a}^{мпТ}$. В частности, такие оценки являются однозначными, несмещенными и удовлетворяющими условию сходимости [3]. Следовательно, алгоритм прогноза состояния, построенный на основе использования $\mathbf{a}^{мпТ}$, также будет обладать всеми перечисленными свойствами.

Следует отметить важную с точки зрения практики особенность предоставленного алгоритма – его адаптивность. Данная особенность вытекает из рекуррентности алгоритма и позволяет применять при прогнозе без существенного снижения достоверности получаемых результатов модели $y(t)$ вида (1) не выше 1-го порядка, т.е. линейные.

Робастный прогноз состояния и надежности

Рассмотренные алгоритмы обеспечивают полное использование информации о состоянии контролируемого объекта, когда вероятностные свойства модельных ошибок и ошибок контроля не определены. На практике иногда приблизительно известны и некоторые стохастические характеристики $\mathbf{e} = \{e(t_k)\}_{k=1}^{p}$, $t_k \in T_p \subset T$, в частности, плотность распределения $f_e(\mathbf{e})$. Использование такой характеристики, хотя бы и заданной не совсем точно, дает возможность получить при прогнозе не только оценку самого контролируемого процесса $y(t^*), t^* \in T \setminus T_p$, но и найти его условную функцию распределения $F(y(t^*)/\mathbf{z})$. Знание $F(y(t^*)/\mathbf{z})$ позволяет перейти от решения задачи прогнозирования состояния к задаче прогнозирования надежности, т.е. к задаче оценки вероятности безотказной работы объекта при $t^* \in T \setminus T_p$. Алгоритм определения $F(y(t^*)/\mathbf{z})$ с учетом приблизительно известной $f_e(\mathbf{e})$ может быть представлен в следующем виде.

Пусть прогнозируемый процесс может быть аппроксимирован зависимостью (8). С учетом результатов контроля $\mathbf{z}$ плотность совместного распределения случайных коэффициентов $\mathbf{A} = \left\{A_i\right\}_{i=0}^{n}$ модели (8) можно записать как $f_{Az}(\mathbf{a}/\mathbf{z})$.

Согласно формуле Байеса

$$f_{Az}(\mathbf{a}/\mathbf{z}) = f_A(\mathbf{a}) f_{zA}(\mathbf{z}/\mathbf{a}) \Big/ \int\limits_{R^{n+1}} f_A(\mathbf{A}) f_{zA}(\mathbf{z}/\mathbf{A}) d\mathbf{A},$$

где $f_A(\mathbf{a})$ – безусловная (априорная) плотность распределения вектора $\mathbf{A}$; $f_{zA}(\mathbf{z}/\mathbf{a})$ – плотность совместного распределения результатов контроля $\mathbf{z}$ при условии $\mathbf{A} = \mathbf{a}$.

Нетрудно показать, что в рассматриваемом случае $f_{zA}(\mathbf{z}/\mathbf{a}) = f_e(\mathbf{z} - \mathbf{y}(\mathbf{a}))$. Плотность $f_A(\mathbf{a})$, согласно постановке задачи, неизвестна. Ввиду отсутствия оснований отдать заранее предпочтение каким-либо значениям случайных величин $\mathbf{A}$ можно неизвестный априорный закон распределения заменить равномерным в любой области R^{n+1}. При этом

$$f_{Az}(\mathbf{a}/\mathbf{z}) = f_e(\mathbf{z} - \mathbf{y}(\mathbf{a})) I_A(\mathbf{a}) \Big/ \int\limits_{\Omega_A} f_e(\mathbf{z} - \mathbf{y}(\mathbf{A})) d\mathbf{A}, \tag{11}$$

где Ω_A – множество возможных значений коэффициентов $\mathbf{A}$;

$$I_A(\mathbf{a}) = \begin{cases} 0, \mathbf{A} \notin \Omega_A \\ 1, \mathbf{A} \in \Omega_{\mathbf{A}}. \end{cases}$$

Относительно ошибок контроля $\mathbf{e}$ чаще всего принимается гипотеза нормальности, т.е. что

$$f_e(\mathbf{e}) = \pi^{-p/2} \exp\left(-\sum_{k=1}^{p} e_k^2\right).$$

Однако использование такой гипотезы сопряжено с риском чрезвычайно больших погрешностей в тех случаях, когда реальное распределение ошибок контроля имеет «более тяжелые хвосты» по сравнению с нормальным, т.е. когда истинная вероятность появления больших ошибок несколько превышает гипотетическую [5]. Для уменьшения погрешностей из-за «утяжеления хвостов» можно аппроксимировать $f_e(\mathbf{e})$ функцией $\rho\left(\sum_{k=1}^{p}|e_k|\right) = (p-1)!\psi_p\left(\sum_{k=1}^{p}|e_k|\right) 2^{-p}\left(\sum_{k=1}^{p}|e_k|\right)^{1-p}$, где $\psi_p(\cdot)$ – плотность распределения суммы модулей p независимых гауссовских величин с нулевым средним и дисперсией, равной 1/2. Такая аппроксимация приводит к более пессимистичным результатам при прогнозировании надежности, но позволяет избежать больших погрешностей в случае «тяжелых хвостов» плотности $f_e(\mathbf{e})$.

С учетом вида функции $\rho\left(\sum_{k=1}^{p}|e_k|\right)$ можно записать

$$f_{Ac}(\mathbf{a}/\mathbf{z}) = \rho\left(\sum_{k=1}^{p}\left|z_k - \sum_{i=0}^{n} a_i u_i(t_k)\right|\right) I_A(\mathbf{a}) \Big/ \int\limits_{\Omega_A} \rho\left(\sum_{k=1}^{p}\left|z_k - \sum_{i=0}^{n} A_i u_i(t_k)\right|\right) d\mathbf{A}.$$

Тогда устойчивая (робастная) по отношению к «тяжелым хвостам» функция распределения $F(y/\mathbf{z})$ может быть представлена как

$$F_{Yc}(y/\mathbf{z}) = \int\limits_{\Omega_Y} f_{Ac}(\mathbf{A}/\mathbf{z}) d\mathbf{A}. \tag{12}$$

Соотношение (12) может быть использовано для робастного прогнозирования надежности объекта следующим образом.

Пусть в качестве прогнозируемого показателя выбрана вероятность $P_и$ того, что параметр $Y(t)$ будет находиться в заданных пределах $[y_н, y_в]$ для любого $t \in (t_p, t^*]$ при условии, что результаты контроля приняли значения $\mathbf{z}$, т.е.

$$P_и = P\{y_н < Y(t) < y_в \ \forall t \in (t_p, t^*] \,/\, \mathbf{z}\}.$$

Если Ω_t – множество значений $\mathbf{A}$, удовлетворяющих условиям

$$y_{,} < \sum_{i=0}^{n} A_i u_i(t^*) < y_{‰} \quad \forall t \in (t_p, t^*], \text{ то}$$

$$P_и = \int_{\Omega_t} f_{Az}(\mathbf{A}/\mathbf{z}) d\mathbf{A}. \tag{13}$$

Когда распределение ошибок $\mathbf{e}$ можно считать лишь приблизительно нормальным, $P_и$ не может быть вычислена с помощью зависимости (11), так как невозможно получить точное выражение для $f_{Az}(\mathbf{a}/\mathbf{z})$. Однако использование выражения (12) позволяет в данной ситуации найти робастную оценку вероятности $P_и$ как

$$P_у = \int_{\Omega_t} f_{Ac}(\mathbf{A}/\mathbf{z}) d\mathbf{A}. \tag{14}$$

Соотношение (14) определяет пессимистическую оценку значения $P_и$, т.е. $P_у \le P_и$.

Формирование индивидуальной стратегии управления эксплуатацией

Результаты минимаксного индивидуального прогноза могут служить основой для формирования по принципу минимакса (максимина) индивидуальной стратегии управления эксплуатацией технического обслуживания объекта, т.е. для планирования обслуживания по состоянию. Такая стратегия (правило проведения мероприятий по техническому обслуживанию) должна гарантировать сохранение оптимального (в смысле некоторого минимаксного или максиминного критерия) качества функционирования объекта на множестве T в диапазоне условий, при которых $\mathbf{y}(t)_- \le \mathbf{y}(t) \le \mathbf{y}(t)_+$, где $\mathbf{y}(t)_-, \mathbf{y}(t)_+$ – прогнозируемые пределы возможных изменений параметров технического объекта.

Рассмотрим постановку задачи.

Для количественной оценки качества функционирования объекта служат показатели (критерии) качества, под которым понимаются различные технико-экономические характеристики, такие как надежность, производительность, экономичность и т.п. В общем случае критерий качества представляет функционал вида $W(Y, T)$. Требования к качеству функционирования объекта на множестве T обычно заключаются в достижении экстремальных значений показателя $W(Y, T)$. При этом техническое обслуживание с учетом состояния объекта состоит в отслеживании $\boldsymbol{y}(t)$ и проведении в определенные моменты $t \in T$ его принудительных изменений, осуществляемых посредством определенных профилактических мероприятий. Основу профилактик составляет контроль и регулировка параметров объекта, замена блоков, узлов и элементов, параметры которых не регулируются и достигли некоторых критических значений. Если рассматривать эксплуатируемый объект как систему, находящуюся под воздействием возмущений, то указанные мероприятия есть совокупность управляющих воздействий, переводящих систему в режим, инвариантный к возмущениям. Цель управления здесь может быть описана как

$$W(\mathbf{y}, \mathbf{u}, t) = extr,$$

где $\mathbf{y}$ – вектор параметров технического объекта, $\mathbf{u}$ – вектор управляющих воздействий, $\boldsymbol{t} \in \boldsymbol{T}$.

Введем понятие стратегии управления, под которой можно понимать функцию $\mathbf{u}(t)$, где $\mathbf{u} \in U$, U – множество мероприятий по техническому обслуживанию объекта. Задача построения $\mathbf{u}(t)$ в минимаксной (максиминной) постановке может быть записана в виде

$$g^* = \min_{\mathbf{u}(t)\in U\times T} \max_{\mathbf{y}(t)\in Y\times T} W(\mathbf{y},\mathbf{u},t) \text{ или } g^{**} = \max_{\mathbf{u}(t)\in U\times T} \min_{\mathbf{y}(t)\in Y\times T} W^*(\mathbf{y},\mathbf{u},t). \quad (15)$$

Очевидно, что функция, доставляющая минимум максимума (или максимум минимума) критерия $W(\mathbf{y},\mathbf{u},t)$ (или $W^*(\mathbf{y},\mathbf{u},t)$) является искомой минимаксной (или максиминной) индивидуальной стратегией технического обслуживания объекта.

Использование минимаксного (или максиминного) принципа обеспечивает нахождение равномерно наилучшего решения задачи, т.е. равномерно наилучшей стратегии технического обслуживания $u(t)$ (если такая имеется). Условием существования указанной стратегии является наличие седловой точки функционала $W(\mathbf{y},\mathbf{u},t)$ по параметрам оптимизации.

Выбор критериев оптимальности для определения минимаксной (максиминной) $\mathbf{u}(t)$ должен осуществляться исходя из требований, предъявляемых к качеству функционирования данного конкретного объекта. Эти требования, как правило, формируются с помощью определенных показателей, среди которых наиболее общими являются экономические характеристики функционирования объекта. В конечном счете мы всегда стремимся так эксплуатировать объект, чтобы суммарный эффект его использования во время эксплуатации был бы максимальным. По величине экономических показателей можно непосредственно судить об эффективности эксплуатации технического объекта, давать количественные оценки суммарного экономического эффекта. К таким показателям, в частности, относится показатель гарантированного уровня общих материальных потерь при эксплуатации объекта на множестве T:

$$S_g = \sup_{\mathbf{y}(t)\in Y\bullet T} \int_T H(\mathbf{y}(t))dt + V_T,$$

где $H(\mathbf{y}(t))$ – функция потерь, определяющих материальные потери, возникающие при отклонении состояния объекта от номинального; V_T – затраты на проведение мероприятий по техническому обслуживанию объекта во время эксплуатации.

Аддитивность критерия S_g открывает путь к решению задачи (15) на основе принципа оптимальности Беллмана [6]. При этом нахождение стратегии $\mathbf{u}(t)$ можно рассматривать как многошаговый управляемый процесс принятия решений для синтеза оптимальной системы (управления), где S_g – финальная функция потерь (сумма потерь, связанных со всеми шагами принятия решений). За счет аддитивности S_g на основе принципа оптимальности Беллмана может быть достигнута глобальная оптимальность стратегии $\mathbf{u}(t)$ пошаговой минимизацией критерия S_g. Соответствующие алгоритмы являются адаптивными, так как совместно с принятием основных решений оценивают неизвестную обстановку, чем улучшают процесс принятия решений. Они, как правило, достаточно просты и могут быть реализованы в рекуррентном виде .

Для составления рекуррентных уравнений решения задачи (15) на основе принципа оптимальности Беллмана необходимо построить пространство состояний. Иначе говоря, необходимо определить совокупность координат, содержащих применительно к задаче (15) все сведения об объекте на данном интервале времени вне зависимости от его прошлого поведения. При описании $y(t)$ зависимостью (1) искомую совокупность можно представить как набор (A^-, A^+, t, t_c), где A^- и A^+ – матрицы, элементы которых задают область вариаций значений коэффициентов a_{ij} в модели (1); $t, t_c \in T, t \le t_c$. Данный набор является информационным пространством состояний для задачи (15).

Определение информационного пространства состояний объекта в виде (A^-, A^+, t, t_c) дает возможность построить алгоритм решения задачи (15) по критерию S_g на основе принципа оптимальности Беллмана.

Пусть функция $S(A^-, A^+, t, t_c)$ характеризует предельные материальные потери, связанные с эксплуатацией объекта в состоянии (A^-, A^+, t, t_c) при проведении оптимальной стратегии $\mathbf{u}(t)$. Мероприятия по техническому обслуживанию состоят в контроле и регулировке $y(t)$ (несложно показать эквивалентность замен отдельных блоков, узлов и элементов объекта регулировке $y(t)$). При этом регулировка заключается в простом смещении случайного процесса на известное значение $r \in R$, где R – множество значений регулировок.

Предельные материальные потери при эксплуатации объекта без обслуживания на интервале $[t, t_c]$ для состояния (A^-, A^+, t, t_c) можно представить в виде

$$S_1(A^-, A^+, t, t_c) = \max_{A^+, A^-} \int_t^{t_c} H(\mathbf{y}, x)dx. \tag{16}$$

Если в момент времени $\tilde{t}, t \le \tilde{t} \le t_c$ произведено измерение $\boldsymbol{y}(t)$, связанное с затратами μ, и получено значение $z(t) = y(t) + e(t)$ ($e(t)$ – случайная ошибка измерения, стохастические свойства которой не определены, а задана лишь область ее возможных вариаций E), то информационное состояние объекта будет $(\tilde{A}^-, \tilde{A}^+, t, t_c)$, где $\tilde{A}^-, \tilde{A}^+$ – матрицы предельных значений коэффициентов a_{ij}, полученные по результатам проведенного измерения. При этом предельные материальные потери, связанные с эксплуатацией объекта, составят

$$S_2(A^-, A^+, t, t_c) = \{S_1(A^-, A^+, t, \tilde{t}) + \mu + S(\tilde{A}^-, \tilde{A}^+, \tilde{t}, t_c)\}. \tag{17}$$

Если в момент времени $\tilde{t}, t \le \tilde{t} \le t_c$ осуществляется регулировка $\boldsymbol{y}(t)$ (изменение $\boldsymbol{y}(t)$ на $\boldsymbol{r} \in R$), затраты на проведение которой составляют υ, то предельные материальные потери для информационного состояния можно описать как

$$S_3(A^-, A^+, t, t_c) = \{S_1(A^-, A^+, t, \tilde{t}) + \vartheta + S(A_{\mathbf{r}}^-, A_{\mathbf{r}}^+, \tilde{t}, t_c)\}, \tag{18}$$

где $A_{\mathbf{r}}^-, A_{\mathbf{r}}^+$ – матрицы предельных значений коэффициентов a_{ij} с учетом изменения состояния объекта после регулировки.

Исходя из полученных зависимостей (16)–(18), можно сформировать на основе принципа оптимальности Беллмана рекуррентные уравнения для нахождения оптимальной стратегии $u(t)$ по критерию S_g:

$$S(A^-, A^+, t, t_c) = \min_{i=1,2,3}(S_i), \tag{19}$$

$$S_1 = S(A^-, A^+, t, t_c), \tag{20}$$

$$S_2 = \min_{t \le \tilde{t} \le t_c}\{S_1(A^-, A^+, t, \tilde{t}) + \mu + \min_{A^-, A^+} S(\tilde{A}^-, \tilde{A}^+, \tilde{t}, t_c)\}, \tag{21}$$

$$S_3 = \min_{t \le \tilde{t} \le t_c}\{S_1(A^-, A^+, t, \tilde{t}) + \vartheta + \min_{\mathbf{r} \in R} S(A_{\mathbf{r}}^-, A_{\mathbf{r}}^+, \tilde{t}, t_c)\}. \tag{22}$$

Значения i, на которых достигается минимум в (19) и значения $\tilde{t}, \mathbf{r}$, на которых достигается общий минимум в (21) и (22), являются функциями (A^-, A^+, t, t_c) и описывают искомую оптимальную в смысле критерия S_g индивидуальную стратегию технического обслуживания $\mathbf{u}(t)$.

В приведенных соотношениях фигурируют параметры A^-, A^+, получение которых связано с использованием определенной прогнозирующей процедуры. В качестве такой процедуры может служить один из алгоритмов минимаксного рекуррентного прогноза.

Решение уравнений (19)–(22) является задачей динамического программирования. При этом можно воспользоваться для поиска $u(t)$ методом приближений в пространстве политик (стратегий) [6].

Использование метода приближений в пространстве стратегий дает возможность построить по уравнениям (19)–(22) таблицу оптимальных в смысле критерия мероприятий по техническому обслуживанию объекта, определяемых набором (A^-, A^+, t, t_c). На основании такой таблицы в зависимости от результатов проведения профилактик можно сформировать оптимальную адаптивную стратегию $u(t)$, учитывающую индивидуальные особенности объекта.

Критерий S_g является наиболее общим, но не единственным используемым для формирования индивидуальной стратегии управления эксплуатации. На практике достаточно часто при определении сроков технического обслуживания применяется как критерий оптимальности показатель вероятности безотказной работы. Такой показатель $P_y(t^*)$ может быть рассчитан с помощью соотношения (14). При этом индивидуальная стратегия управления эксплуатации может состоять в проведении технического обслуживания в момент времени $t^* \in T \setminus T_p$, когда расчетное значение $P_y(t^*)$ окажется меньше заданного $P_з$.

Библиографический список

1. *Абрамов, О. В.* К проблеме предотвращения аварий технических объектов ответственного назначения / О. В. Абрамов // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 1. – С. 11–16.
2. *Абрамов, О. В.* Основные особенности и свойства метода гарантированного прогноза / О. В. Абрамов // Надежность и качество сложных систем. – 2017. – № 1. – С. 3–10.
3. *Фомин, В. Н.* Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация / В. Н. Фомин. – Москва : Наука, 1984. – 288 с.
4. *Киселев, О. Н.* Эллипсоидальное оценивание по обобщенному критерию / О. Н. Киселев, Б. Т. Поляк // Автоматика и телемеханика. – 1991. – № 9. – С. 133–145.
5. *Абрамов, О. В.* Анализ и прогнозирование техногенных рисков / О. В. Абрамов // Информатика и системы управления. – 2012. – № 3. – С. 97–105.
6. *Беллман, Р.* Прикладные задачи динамического программирования / Р. Беллман, С. Дрейфус. – Москва : Наука, 1965. – 458 с.

References

1. Abramov O. V. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh system* [Reliability and quality of complex systems]. 2013, no. 1, pp. 11–16. [In Russian]
2. Abramov O. V. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh system* [Reliability and quality of complex systems]. 2017, no. 1, pp. 3–10. [In Russian]
3. Fomin V. N. *Rekurrentnoe otsenivanie i adaptivnaya fil'tratsiya* [Recurrent evaluation and adaptive filtering]. Moscow: Nauka, 1984, 288 p. [In Russian]
4. Kiselev O. N., Polyak B. T. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and remote control]. 1991, no. 9, pp. 133–145. [In Russian]
5. Abramov O. V. *Informatika i sistemy upravleniya* [Computer science and management systems]. 2012, no. 3, pp. 97–105. [In Russian]
6. Bellman R., Dreyfus S. *Prikladnye zadachi dinamicheskogo programmirovaniya* [Applied problems of dynamic programming]. Moscow: Nauka, 1965, 458 p. [In Russian]

Абрамов Олег Васильевич
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки РФ,
заведующий лабораторией управления
надежностью сложных систем,
Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения
Российской академии наук
(Россия, г. Владивосток, ул. Радио, 5)
E-mail: abramov@iacp.dvo.ru

Abramov Oleg Vasil'evich
doctor of technical sciences, professor,
honored scientist of the Russian Federation,
head of the management laboratory
reliability of complex systems,
Institute for Automation and Control processes,
Far Eastern Branch of Russian Academy of Sciences
(5 Radio street, Vladivostok, Russia)

Образец цитирования:

Абрамов, О. В. Прогнозирование состояния и планирование эксплуатации систем ответственного назначения / О. В. Абрамов // Надежность и качество сложных систем. – 2020. – № 3 (31). – С. 5–14. – DOI 10.21685/2307-4205-2020-3-1.